

静电场（库仑场）

感生电场（涡旋电场）

具有电能、对电荷有作用力

具有电能、对电荷有作用力

由静止电荷产生

由变化磁场产生

$\vec{E}_{\text{库}}$ 线是“有头有尾”的，
起于正电荷而终于负电荷

$\vec{E}_{\text{感}}$ 线是“无头无尾”的
是一组闭合曲线

$$\oint_S \vec{E}_{\text{静}} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

$$\oint_S \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{S} = 0$$

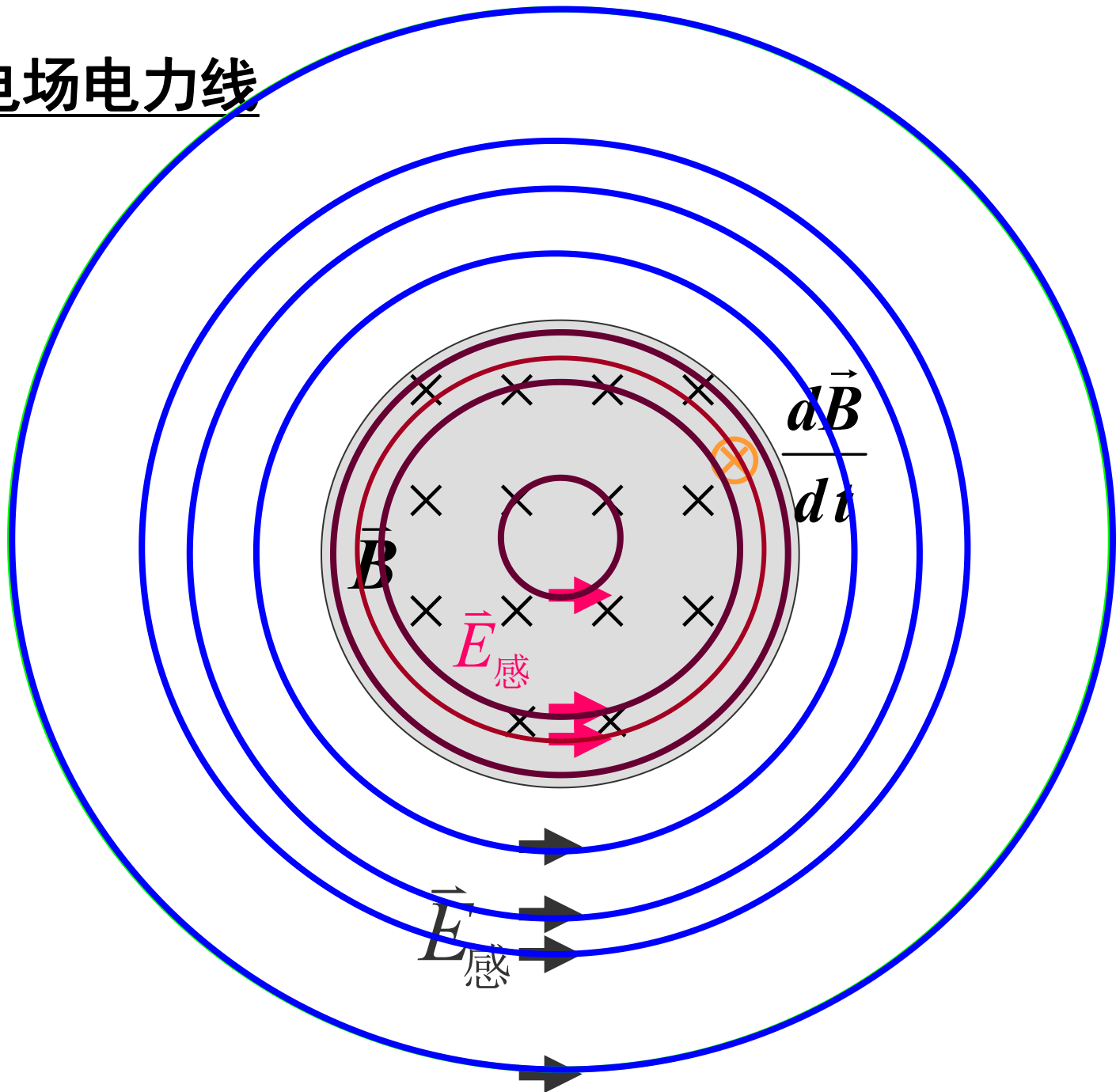
为保守场：做功与路径无关

为非保守场：做功与路径有关

$$\oint_L \vec{E}_{\text{静}} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_L \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} \neq 0$$

感生电场电力线



2 感生电动势和感生电场

感生电动势 $\xrightarrow{\text{非静电力}}$ 感生电场力

由电动势的定义 $\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l}$

由法拉第电磁感应定律 $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$

$$\begin{aligned} \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} &= -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right) \\ &= -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \end{aligned}$$

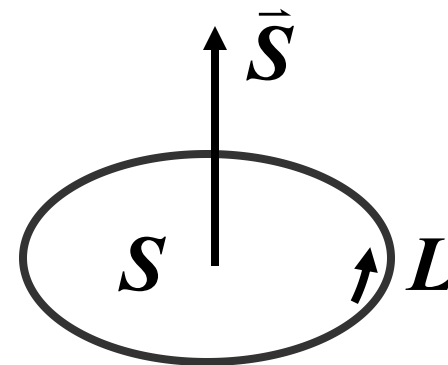
讨论

$$\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

1) 此式反映变化磁场和感生电场的相互关系，
即感生电场是由变化的磁场产生的。

2) S 是以 L 为边界的任一曲面。

$\vec{S}$ 的法线方向应与曲线 L 的
积分方向成右手螺旋关系



$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ 是表面上的任一面元上磁感应强度的变化率
不是积分回路线元上的磁感应强度的变化率

$$\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

1) 计算感生电动势: $\mathcal{E}_i = \int_a^b \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l}$

闭合回路

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

2) 计算感生电场的分布

$$\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt} \rightarrow \vec{E}_{\text{感}} = \vec{E}_{\text{感}}(\vec{r})$$

$$\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

应用：求解具有轴对称性感生电动势，感生电场的步骤

- 任意选定回路L的正方向
- 用右手螺旋法则确定以此回路为边界的曲面的法向方向
- 代入积分式计算 $\mathcal{E}_i$

- $\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} > 0$ $\vec{E}_{\text{感}}$ 方向与d $\vec{l}$ 方向相同；

- $\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} < 0$ $\vec{E}_{\text{感}}$ 方向与d $\vec{l}$ 方向相反；

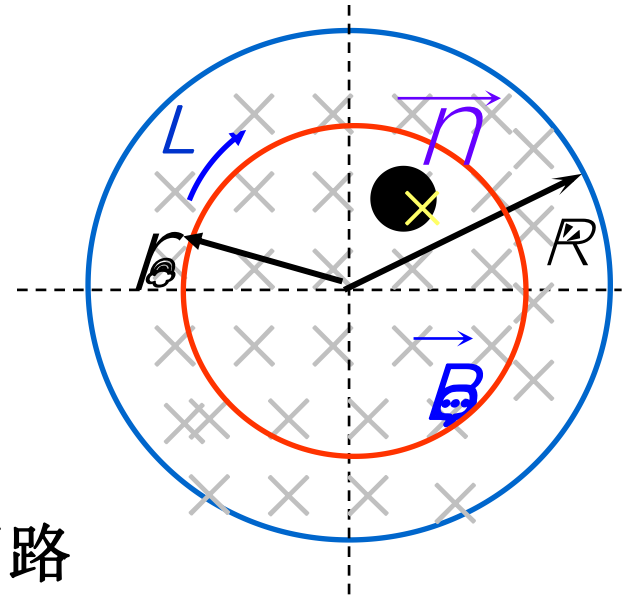
例 1 半径为 R 的长直螺线管内的磁场，以 dB/dt 速率均匀增大。求感生电场的分布；

解：分析感生（涡旋）电场的分布

因为磁场呈柱对称分布，感生电场也应具有柱对称性

以 r 为半径的圆周上各点的感生电场的大小相等，方向沿切线方向。

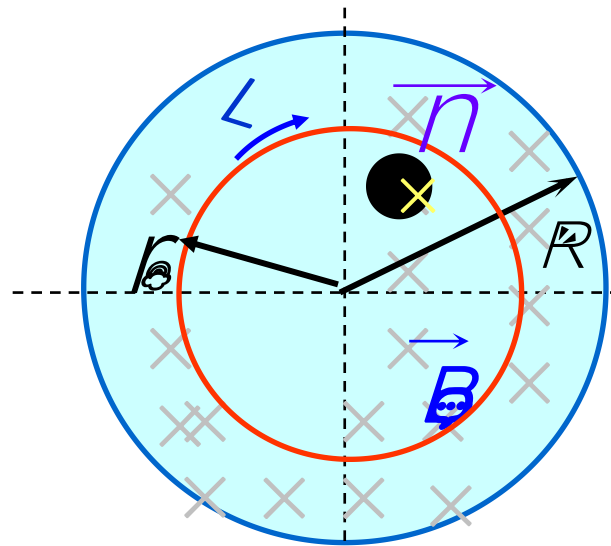
$\therefore$ 取以 r 为半径的圆周为绕行回路 L ，绕行方向为顺时针，面元法线如图。



$r < R$ 时,

由感生电动势表达式

$$\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$



等式右边 $-\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial B}{\partial t} dS \cos 0^\circ = -\frac{\partial B}{\partial t} \pi r^2$

等式左边 $\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = \oint_L E_{\text{感}} dl \cos 0^\circ$ (假定 $E_{\text{感}}$ 与 L 方向一致)

$$= E_{\text{感}} \cos \theta \oint_L dl = E_{\text{感}} 2\pi r$$

$$E_{\text{感}} = -\frac{r}{2} \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$r > R$$

$$\oint_{L'} \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \oint_{S'} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

在圆柱体外，由于 $B=0$

故 $L' \text{ 上 } \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$

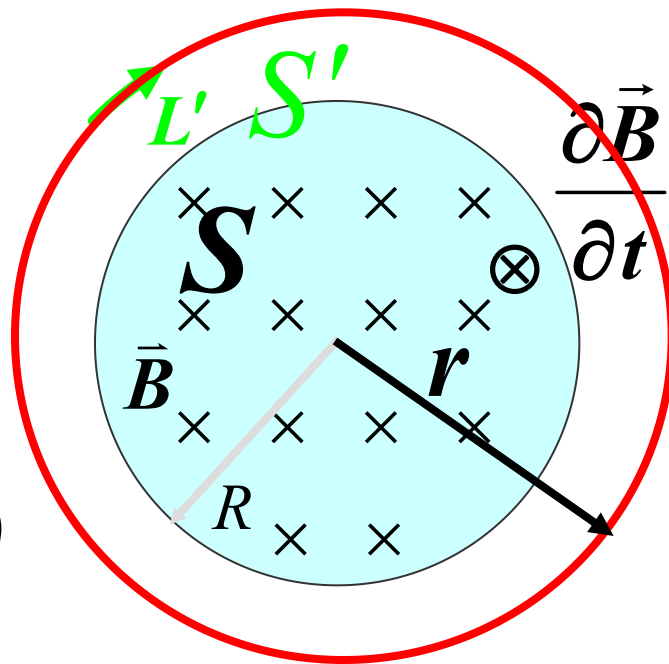
$\therefore \oint_{L'} \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = 0$

于是 L' 上 $\vec{E}_{\text{感}} = 0$

虽然 $\partial B / \partial t$ 在 L' 上每点为0，

但在 S' 上则并非如此。 $\partial \vec{B} / \partial t \neq 0$

?



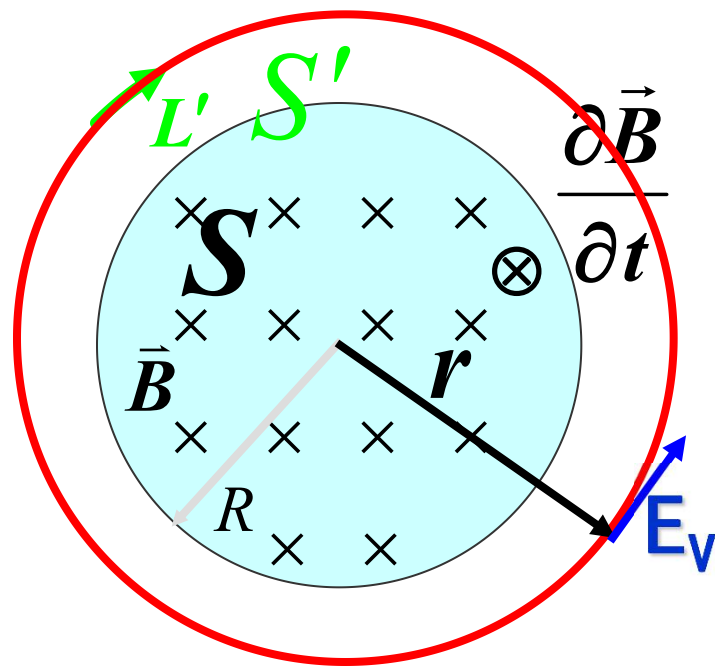
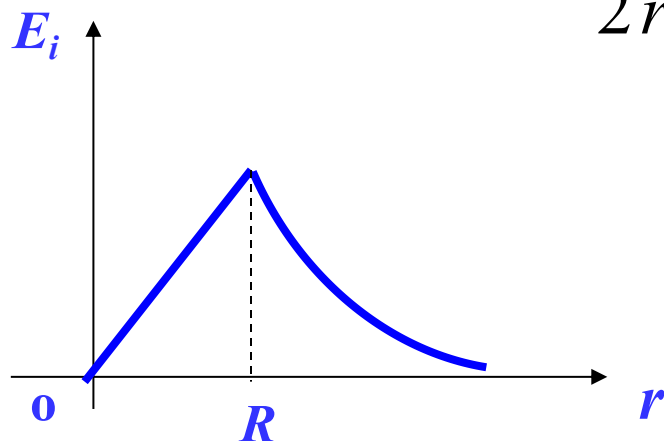
同理：当 $r > R$ 时，

$$E_{\text{感}} 2\pi r = -\frac{\partial B}{\partial t} \pi R^2$$

$$\therefore E_{\text{感}} = -\frac{R^2}{2r} \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$r < R \text{ 时, } E_{\text{感}} = -\frac{r}{2} \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$r > R \text{ 时 } E_{\text{感}} = -\frac{R^2}{2r} \frac{\partial B}{\partial t}$$



若 $\frac{\partial B}{\partial t} < 0$,

则 $E_i > 0$ ，沿顺时针走向。

例2 有一匀强磁场分布在一圆柱形区域内，

已知： h 、 L 、 $\partial \vec{B} / \partial t > 0$

求： $\mathcal{E}_{CD}$

